ESTATÍSTICA

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Medidas de Dispersão (Variabilidade)

As medidas de dispersão traduzem a variação de um conjunto de dados em torno da média, ou seja, da maior ou menor variabilidade dos resultados obtidos

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Medidas de Dispersão (Variabilidade)

São medidas de posição que tendem a representar o quanto os dados de uma amostra estão dispersos em relação a um parâmetro.

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Média

Calcule a média das seguintes populações:

a) 2, 2, 3, 3

$$\mu = \frac{2+2+3+3}{4}$$

$$\mu = 2{,}5$$

b) 0, 0, 5, 5

$$\mu = \frac{0+0+5+5}{4}$$

$$\mu = 2{,}5$$

Como medir a distância/dispersão?

Variância Populacional

A média das distâncias que os valores do conjunto se encontram da média.

Baseia-se nos desvios em torno da média aritmética.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Populacional

a) 2, 2, 3, 3

$\mu = 2{,}5$

x_i	μ	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
2	2,5	-0,5	0,25
2	2,5	-0,5	0,25
3	2,5	0,5	0,25
3	2,5	0,5	0,25

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N} = \frac{0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Populacional

b) 0, 0, 5, 5

$\mu = 2{,}5$

x_i	μ	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
0	2,5	-2,5	6,25
0	2,5	-2,5	6,25
5	2,5	2,5	6,25
5	2,5	2,5	6,25

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N} = \frac{6{,}25 + 6{,}25 + 6{,}25 + 6{,}25}{4} = \frac{25}{4} = 6{,}25$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Populacional

a) 2, 2, 3, 3

$\mu = 2{,}5$

$\sigma^2 = 0{,}25$

b) 0, 0, 5, 5

$\mu = 2{,}5$

$\sigma^2 = 6{,}25$

Quem possui a maior variância?

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Populacional

Calcular as variâncias das notas abaixo .

	Pedro	**Maria**
Português	7,0	7,5
Matemática	10,0	6,0
Geografia	6,0	7,0
História	8,0	6,5
Biologia	4,0	8,0

Média	**7,0**	**7,0**

Variância Populacional

Fórmulas alternativas

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} {x_i}^2}{N} - \mu^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} {x_i}^2}{N} - \frac{\left[\sum_{i=1}^{N} x_i\right]^2}{N^2}$$

Variância Populacional

Notas dos alunos Pedro e Maria.

	Pedro		
	Nota	Nota - Média	Quadrado
Português	7,0	7,0 - 7,0 = 0	$0^2 = 0$
Matemática	10,0	10,0 - 7,0 = 3	$3^2 = 9$
Geografia	6,0	6,0 - 7,0 = -1	$(-1)^2 = 1$
História	8,0	8,0 - 7,0 = 1	$1^2 = 1$
Biologia	4,0	4,0 - 7,0 = -3	$(-3)^2 = 9$
Média →	7,0	Média →	4,0

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{0+9+1+1+9}{5}$$

→ Variância

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Populacional

Notas dos alunos Pedro e Maria.

	Maria		
	Nota	Nota - Média	Quadrado
Português	7,5	7,5 - 7,0 = 0,5	$0,5^2 = 0,25$
Matemática	6,0	6,0 - 7,0 = -1	$(-1)^2 = 1$
Geografia	7,0	7,0 - 7,0 = 0	$0^2 = 0$
História	6,5	6,5 - 7,0 = -0,5	$(-0,5)^2 = 0,25$
Biologia	8,0	8,0 - 7,0 = 1	$1^2 = 1$
Média ➡	7,0	Média ➡	0,5

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{0,25 + 1 + 0 + 0,25 + 1}{5}$$

➡ Variância

Variância Populacional

a) 7; 10; 6; 8; 4

$\mu = 7{,}0$

$\sigma^2 = 4{,}0$

b) 7,5; 6; 7; 6,5; 8

$\mu = 7{,}0$

$\sigma^2 = 0{,}5$

Quem possui a maior variância?

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Amostral

A média das distâncias que os valores do conjunto se encontram da média.

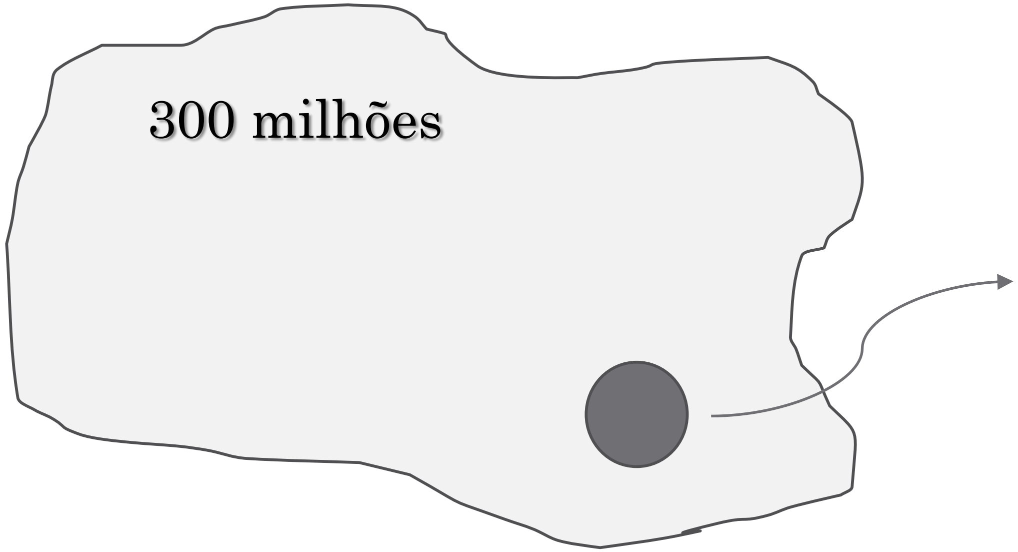
Baseia-se nos desvios em torno da média aritmética.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n - 1}$$

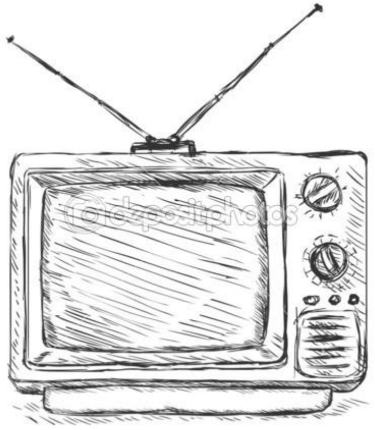
Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Amostral

Em uma população de 300 milhões calcule a média de horas que essa população assiste tv a partir de uma amostra de 6 indivíduos. Calcular também a variância.



1,5h; 4h; 1h;
2,5h; 2h; 1h



Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância Amostral

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \Rightarrow \frac{1,5 + 4 + 1 + 2,5 + 2 + 1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n - 1}$$

$\mathbf{x_i}$	μ	$\mathbf{x_i} - \mu$	$(\mathbf{x_i} - \mu)^2$
1,5	2	-0,5	0,25
4	2	2	4
1	2	-1	1
2,5	2	0,5	0,25
2	2	0	0
1	2	-1	1

$$S^2 = \frac{0,25 + 4 + 1 + 0,25 + 0 + 1}{6 - 1}$$

$$\frac{6,5}{5} = 1,3$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Variância

Como a variância é calculada a partir dos quadrados dos desvios $[\ (x_i - \mu)^2\ ]$, ela é um número que apresenta a unidade elevada ao quadrado $[\sigma^2]$ em relação à variável que não está elevada ao quadrado; isto se torna um inconveniente em termos de interpretação do resultado

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Populacional

É a raiz quadrada da variância.

O desvio padrão indica, em média, qual é a distância que cada termo tem da média daquela distribuição.

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}}$$

Desvio Padrão Populacional

Suponhamos que em um estacionamento existam 5 carros cujos comprimentos são: 4m; 4,2m; 5m; 4,3m e 5,5m. Analisar o quanto esses comprimentos estão dispersos em relação à média.

$$\boxed{\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}} \Rightarrow \mu = \frac{4 + 4{,}2 + 5 + 4{,}3 + 5{,}5}{5} = 4{,}6m$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Populacional

Comprim: 4m; 4,2m; 5m; 4,3m e 5,5m

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\mu = 4{,}6m$$

$$\sigma^2 = \frac{(4m - 4{,}6m)^2 + (4{,}2m - 4{,}6m)^2 + (5m - 4{,}6m)^2 + (4{,}3m - 4{,}6m)^2 + (5{,}5m - 4{,}6m)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-0{,}6m)^2 + (-0{,}4m)^2 + (0{,}4m)^2 + (-0{,}3m)^2 + (0{,}9m)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{0{,}36m^2 + 0{,}16m^2 + 0{,}16m^2 + 0{,}09m^2 + 0{,}81m^2}{5} = \frac{1{,}58}{5}$$

$$\sigma^2 = 0{,}316m^2$$

Desvio Padrão Populacional

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{0{,}316}$$

$$\sigma = 0{,}562m$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Populacional

Exercitando

Um levantamento dos preços à vista de gasolina e de álcool, em alguns postos da cidade, está mostrado na tabela abaixo (em R$).

Gasolina	2,61	2,64	2,56	2,61	2,60	2,58
Álcool	1,90	1,79	1,88	1,81	1,88	1,84

Qual o desvio padrão dos preços de cada combustível?

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Populacional

Exercitando

Gasolina	2,61	2,64	2,56	2,61	2,60	2,58

$\mu = 2,6$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n-1}$$

$\mathbf{x_i}$	μ	$\mathbf{x_i} - \mu$	$(\mathbf{x_i} - \mu)^2$
2,61	2,6	0,01	0,0001
2,64	2,6	0,04	0,0016
2,56	2,6	-0,04	0,0016
2,61	2,6	0,01	0,0001
2,6	2,6	0	0
2,58	2,6	-0,02	0,0004

$$\frac{0,0038}{5} = 0,00076$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{0,00076} \Rightarrow \sigma = 0,0275$$

Desvio Padrão Populacional

Exercitando

Álcool	1,90	1,79	1,88	1,81	1,88	1,84

$\mu = 1{,}85$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n - 1}$$

$\mathbf{x_i}$	μ	$\mathbf{x_i} - \mu$	$(\mathbf{x_i} - \mu)^2$
1,90	1,85	0,05	0,0025
1,79	1,85	-0,06	0,0036
1,88	1,85	0,03	0,0009
1,81	1,85	-0,04	0,0016
1,88	1,85	0,03	0,0009
1,84	1,85	-0,01	0,0001

$$\frac{0{,}0096}{5} = 0{,}00192$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{0{,}00192} \Rightarrow \sigma = 0{,}0438$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Populacional

Gasolina	2,61	2,64	2,56	2,61	2,60	2,58
Álcool	1,90	1,79	1,88	1,81	1,88	1,84

a) Gasolina

$\mu = 2,6$

$\sigma^2 = 0,00076$

$\sigma = 0,0275$

b) Álcool

$\mu = 2,5$

$\sigma^2 = 0,00192$

$\sigma = 0,0438$

Qual apresenta maior dispersão em relação à média?

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Amostral

É a raiz quadrada da variância.

O desvio padrão indica, em média, qual é a distância que cada termo tem da média daquela distribuição.

$$\boxed{S = \sqrt{S^2}}$$

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Amostral

Exercitando

As análises dos níveis de colesterol HDL ("colesterol bom") no sangue medidos no sangue de cinco pacientes foi de 29, 55, 58, 61 e 63 mg/dL de sangue. Determine o desvio padrão amostral.

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

Desvio Padrão Amostral

Exercitando

HDL (mg/dL)	29	55	58	61	63

$$\mu = 53{,}2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n - 1}$$

x_i	μ	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
29	53,2	-24,2	585,64
55	53,2	1,8	3,25
58	53,2	4,8	23,04
61	53,2	7,8	60,84
63	53,2	9,8	96,04

$$S^2 = \frac{585{,}64 + 3{,}25 + 23{,}04 + 60{,}84 + 96{,}04}{5 - 1}$$

$$\frac{768{,}8}{4} = 192{,}2$$

$$S = \sqrt{S^2} \Rightarrow S = \sqrt{192{,}2} \Rightarrow S = 13{,}86$$

CRIAÇÃO, EDIÇÃO E FORMATAÇÃO

Christopher Andersenn de Souza Mendonça

christopher.professor@hotmail.com